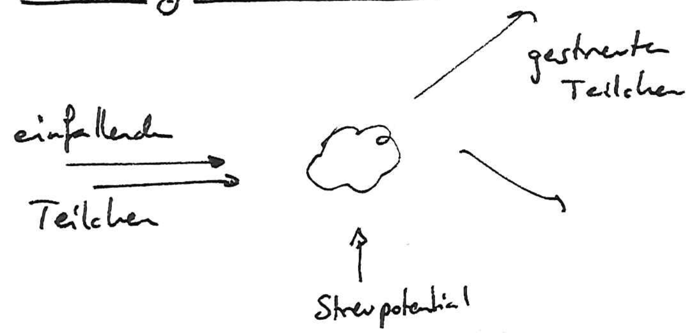
Streuung – Überblick



Idee: Das Streuexperiment bezüglich einfallenden & gestreuten Teilchen beschreiben (= was praktisch man im Experiment sieht!)

Im Allgemein: $\psi(\vec r) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\, g(\vec k)\, \underbrace{\psi_{\vec k}(\vec r)}_{\text{Energie-Eigenfunktionen}}$ Wellenpaket

Asymptotisch: $\psi_{\vec k}(\vec r)$ muss der Form

$$\psi_{\vec k}(\vec r) \sim \underset{\substack{\uparrow\\ \text{ungestreut}}}{e^{i\vec k\cdot\vec r}} + \underset{\substack{\uparrow\\ \text{gestreute Welle}}}{f_k(\Omega)\cdot\frac{e^{ikr}}{r}}$$

Wirkungsquerschnitt: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(\#\text{ gestreute Teilchen in } d\Omega)/d\Omega}{\#\text{ einfallende Teilchen}}$

$= (\text{Teilchen-Ströme anschauen}\ldots) = |f_k(\Omega)|^2$

Totale Wirkungsquerschnitt: $\sigma = \int d\Omega\, |f_k(\Omega)|^2$ [barn, cm^2]

Partialwelle-Zerlegung. (bei sphärisch symmetrische Potentiale)

$$\psi_{\vec k}(\vec r) = \sum_{l=0}^{\infty} i^l\,(2l+1)\, R_l(r)\, P_l(\cos\vartheta)$$

Asymptotisch: $V \to 0$ $(r\to\infty)$ $\longrightarrow$

$$R_l(r) \sim \alpha_l\left[h_l^{(2)}(kr) + s_l\, h^{(1)}(kr)\right] \qquad (\text{Lösung bei } V=0)$$

(sph.) Hankelfunktionen

mit $V\equiv 0$ überall $\longrightarrow$ $R_l(r) = \frac{1}{2}\left(h_l^{(2)}(kr) + h_l^{(1)}(kr)\right) \longrightarrow \alpha_l = \frac{1}{2},\ s_l = 1$ $(V\equiv 0)$

einfallend $(\sim e^{-ikr})$ auslaufend $(\sim e^{+ikr})$

mit $V \neq 0$ ändert sich α_ℓ nicht (einfallende Welle ändert sich nicht)

$$\rightarrow R_\ell(r) \sim \frac{1}{2}\left(h_\ell^{(2)}(kr) + s_\ell h_\ell^{(1)}(kr)\right)$$

Teilchenzahlerhaltung $\rightarrow (\ldots) \rightarrow |s_\ell| = 1 \longrightarrow s_\ell = e^{2i\delta_\ell}$ Streuphasen

↳ relative Phase zwischen einfallende & auslaufende Welle [Phase-Verschiebung durch Streuung erzeugt]

$$\rightsquigarrow \psi_k(\vec{r}) \sim \frac{1}{2}\sum i^\ell (2\ell+1) P_\ell \left[h_\ell^{(2)}(kr) + e^{2i\delta_\ell} h_\ell^{(1)}(kr)\right]$$

mit $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = \sum i^\ell (2\ell+1) j_\ell(kr) P_\ell(\cos\vartheta)$ Ebene Welle

& $h_\ell^{(1)} = j_\ell + i n_\ell$; $h_\ell^{(2)} = j_\ell - i n_\ell$ $\longrightarrow$

$$\psi_k(\vec{r}) \sim e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + \underbrace{\frac{1}{2}\sum i^\ell (2\ell+1) P_\ell(\cos\vartheta)\left[e^{2i\delta_\ell} - 1\right] h_\ell^{(1)}(kr)}_{\sim f_k(\Omega)\cdot \frac{e^{ikr}}{r}}$$

$h_\ell^{(1)}(kr) \sim (-1)^{\ell+1} \frac{e^{ikr}}{kr}$

$$\rightarrow f_k(\Omega) = \sum' (2\ell+1) P_\ell(\cos\vartheta) \underbrace{\frac{e^{i\delta_\ell}\sin\delta_\ell}{k}}_{=: f_\ell}$$

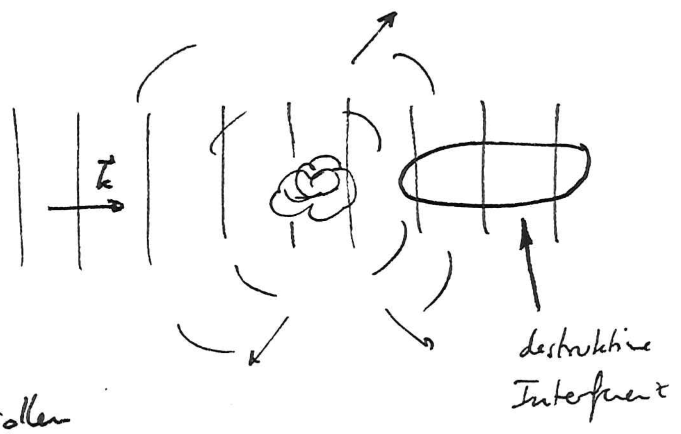
→ Wirkungsquerschnitt :

$$\sigma = \int d\Omega\, |f_k(\Omega)|^2 = \frac{4\pi}{k^2}\sum (2\ell+1)\sin^2\delta_\ell = \sum \sigma_\ell \qquad \left(\sigma_\ell = \frac{4\pi}{k^2}(2\ell+1)\sin^2\delta_\ell\right)$$

↑ Partieller Wirkungsquerschnitt

Das Optische Theorem.

Idee: "hinter" das Streupotential soll weniger Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zu finden, als was die einfallende Ebene Welle erzeugt.



$\rightsquigarrow$ Ungestreuter & gestreuter Welle sollen destruktiv interferieren

ungestreut : $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$

gestreut : $\frac{e^{ikr}}{r} f(0)$

↑ intuitiv: soll Phasenverschiebung enthalten (Im-Teil)

$\longleftrightarrow$ Opt. Theorem :

$$\boxed{\frac{4\pi}{k}\,\mathrm{Im}\left[f_k(0)\right] = \sigma}$$